
Dynamische eigenschappen breedplaatvloeren

Proeven met niet-voorgespannen en voorgespannen breedplaatvloeren



1

Om een goed beeld te krijgen van trillingen in gebouwen kan het nodig zijn berekeningen in een 3D-eindige-elementenmodel uit te voeren. De materiaaleigenschappen die in dat model moeten worden ingevoerd zijn heel bepalend, zo ook het dynamische gedrag. Het dynamische gedrag van twee specifieke betonnen breedplaatvloeren is onderzocht, waarbij ook is gekeken naar het effect van scheurvorming.

Trillingen in gebouwen zijn meestal ongewenst.

Deze trillingen kunnen worden veroorzaakt door bijvoorbeeld het belopen van vloeren, het gebruik van huishoudelijke apparaten of door externe invloeden zoals windbelastingen of trillingen door weg- en railverkeer. Om te zorgen dat de trillingsniveaus in gebouwen acceptabel zijn (geen storing van apparatuur, hinder van personen of schade aan materialen), verricht ingenieursbureau Peutz regelmatig onderzoek naar de te verwachten trillingsniveaus. In dergelijke onderzoeken worden, naast het uitvoeren van metingen, berekeningen uitgevoerd met een 3D-eindige-elementenmodel, waarbij de eigenschappen van de constructie en andere relevante elementen en bijbehorende eigenschappen worden verwerkt. In dit rekenmodel worden vloeren en wanden gemodelleerd als vlakken (SHELL-elementen) en de kolommen en liggers als lijnen (BEAM-elementen).

Breedplaatvloeren

Om het gedrag van breedplaatvloeren bij dynamische belastingen te doorgronden, is een experimenteel onderzoek uitgevoerd. Daarbij zijn een voorgespannen en niet-voorgespannen breedplaatvloer in trilling gebracht. De materiaaleigenschappen van belang voor het (dynamische) gedrag zijn de dichtheid, de buigstijfheid (product van de elasticiteitsmodulus en het traagheids-

auteurs



ING. TIM HALLEGRAEFF

Adviseur
Trillingbeheersing
Peutz B.V.



DIPL.-ING AFSHIN ABBASI

Hoofd Constructie
Vloersystemen
Geelen Beton B.V.

moment), de poissonratio, de mate van inklemming en de dimensies (dikte, lengte en breedte) [1]. Deze eigenschappen zijn bepalend voor de eigenfrequentie van de vloeren.

Eigenfrequentie

Trillingen in de bodem worden door een constructie in bepaalde mate, afhankelijk van de aanwezige dominante frequenties, gedempt. Als een trilling een frequentie bevat die in overeenstemming is met de eigenfrequentie van een deel van de constructie, kan dat leiden tot resonantie. Resonantie kan sterk verhoogde trillingsamplitudes veroorzaken, zelfs als de externe kracht op zichzelf relatief klein is. De (eerste) eigenfrequenties van vloeren in een constructie zijn vaak bepalend voor het optreden van resonantie. Onderstaande formule geeft de eerste eigenfrequentie f_n van een vloerplaat [1]:

$$f_n = \frac{\lambda^2 \cdot \sqrt{\frac{D}{\mu(1-\nu^2)}}}{2\pi} \quad (4)$$

Waarin:

- f_n is de eigenfrequentie [Hz]
- λ is de inklemmingsfactor [-]
- D buigstijfheid [Nm²] (EI , zie kader 'Buigstijfheid')
- a lengte van de plaat [m]
- ν poissonratio [-]
- μ oppervlaktemassa [kg/m²] →

BUIGSTIJFHEID

De buigstijfheid is een grootte die wordt bepaald door de elasticiteitsmodulus en het traagheidsmoment en wordt als volgt berekend:

$$D = E I_{\text{eff}} \quad (1)$$

waarin:

D is de buigstijfheid van een isotrope plaat [Nm^2]

E is de elasticiteitsmodulus van het beton [N/m^2]

I_{eff} is het effectieve traagheidsmoment [m^4]

Het effectieve traagheidsmoment (I_{eff}) van de gescheurde doorsnede kan als volgt worden bepaald:

$$I_{\text{eff}} = \zeta I_{\text{ii}} + I_i (1 - \zeta) \quad (2)$$

met:

$$\zeta = 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M} \right)^2$$

waarin:

I_i is het traagheidsmoment van een ongescheurde plaat [m^3]

I_{ii} is het traagheidsmoment van een gescheurde plaat [m^3]

ζ is de verdelingsfactor (de mate van scheurvorming) [-]

M_{cr} is het scheurmoment [Nm]

M is het moment t.g.v. de statische belasting [Nm]

Het traagheidsmoment van een ongescheurde plaat kan als volgt worden berekend:

$$I_i = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 \quad (3)$$

waarin:

b is de breedte van de plaat [m]

h is de hoogte/dikte van de plaat [m]



De inklemmingsfactor λ wordt bepaald door de mate van inklemming (scharnierend of volledig ingeklemd) van de breedplaatvloeren en is afhankelijk van de lengte-breedteverhouding. Dit bepaalt welke trilvormen (eigenfrequenties) er mogelijk zijn in het veld. Deze is in literatuur gedefinieerd voor een aantal lengte-breedteverhoudingen [2], tot een maximum van 2,5. In voorliggend onderzoek is de lengte-breedteverhouding 7. Via deze formule kan daarmee niet nauwkeurig een berekening van de buigstijfheid worden gedaan met de gemeten eigenfrequenties, maar geeft wel inzicht in de theorie erachter.

In de proeven zijn de mate van inklemming, de dimensies (lengte, breedte, dikte), de poissonratio en de oppervlaktemassa van beide breedplaatvloeren constant. Als de eigenfrequentie zou veranderen, dan komt dat dus uitsluitend door verandering in de buigstijfheid van de platen.

Onderzoek

Om een beter beeld te krijgen van het dynamische gedrag van betonnen breedplaatvloeren heeft Peutz in samenwerking met Geelen Beton onderzoek uitgevoerd naar het

dynamische gedrag van de breedplaatvloeren. Daarbij is ook onderzocht wat het effect is van een tijdelijke statische belasting op het gedrag van de breedplaatvloeren. Als een breedplaatvloer doorbuigt, en (deels) op trek wordt belast, kan dit zorgen voor (significante) scheurvorming.

Uitgangspunten opstelling Voor het onderzoek is een testopstelling gemaakt, waarbij een niet-voorgespannen en een voorgespannen breedplaatvloer met een dikte van 220 mm (breedplaat 70 mm, druklaag 150 mm) opgelegd zijn op betonbalken. De sterkteklasse van de onderzochte breedplaatvloeren is C30/37, met een elasticiteitsmodulus van 32 GPa.

Na het uitvoeren van een eerste meting is op de breedplaatvloeren een tijdelijk moment aangebracht (foto 2 en 3). Na gedurende één nacht is dit moment weer verwijderd, waarna nieuwe metingen zijn uitgevoerd. Dit proces is vervolgens herhaald waarbij stapsgewijs het moment werd verhoogd om zo scheurvorming (verder) te veroorzaken.

Bij een voorgespannen breedplaatvloer kan het scheurmoment theoretisch dermate worden vergroot dat het optredende moment onder het scheurmoment blijft. In dat geval

In een experimenteel onderzoek zijn twee breedplaatvloeren in trilling gebracht zodat de eigenfrequentie kan worden vastgesteld



geldt: $\zeta = 0$ en $I_{\text{eff}} = I_i$ (zie kader 'Buigstijfheid'). Het theoretische scheurmoment van de breedplaatvloeren bedroeg in dit onderzoek 32 kNm voor de niet-voorgespannen breedplaatvloer en 66 kNm voor de vorgespannen breedplaatvloer.

Tijdens de metingen is op beide vloeren een shaker geplaatst, die de platen in

trilling brengt in frequenties variërend van 1 Hz tot en met 100 Hz (foto 4). Op enkele posities op de vloeren is trillingsmeetapparatuur (SYSCOM MR3000C) opgesteld die de respons van de vloeren op de aanstoting meten, te weten de trillingsniveaus (gemeten snelheden in mm/s) in drie richtingen (verticaal en twee horizontale richtingen). →



In het rekenmodel is de benodigde elasticiteitsmodulus bepaald zodat het rekenmodel overeenkomt met de gemeten eigenfrequentie

Trillingen in de verticale richting zijn maatgevend, daarom zijn de meetresultaten alleen geanalyseerd in deze richting.

Zodra de vloeren worden aangestoten in hun eerste eigenfrequentie, treedt resonantie op die te zien is in het gemeten frequentiespectrum. De frequentie waarmee dit optreedt, is de (eerste, bepalende) eigenfrequentie die relevant is voor de buigstijfheid. Als er ten gevolge van toenemende momenten scheurvorming heeft plaatsgevonden, zou de eigenfrequentie moeten zijn gedaald.

Meetresultaten

Bij een ongescheurde betonnen breedplaatvloer is de buigstijfheid bepaald conform formule 1, waarbij het traagheidsmoment gelijk is aan dat van ongescheurd beton:

$$\begin{aligned}
 D_{\text{ongescheurd}} &= E \cdot I = E \cdot \frac{1}{12} \cdot b \cdot d^3 \cdot \Delta \\
 &= 32,8 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{1}{12}\right) \cdot 1 \cdot 0,22^3 \cdot 1,036 \\
 &= 3,0 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}
 \end{aligned}$$

Het is van belang dat er rekening wordt gehouden met de invloed van wapening op deze buigstijfheid (factor Δ). Door deze wapening is de buigstijfheid van deze specifieke breedplaatvloeren een factor 1,036 hoger. Dit is de buigstijfheid waarbij geen (significante) scheurvorming heeft plaatsgevonden en waarbij het traagheidsmoment nog niet is afgenomen.

Als de eigenfrequentie van de breedplaatvloeren daalt, en alle andere eigenschappen uit formule 4 zijn onveranderd, dan neemt de buigstijfheid ook kwadratisch af. Dit is ook te zien wanneer de formule wordt omschreven:

$$D = \left(f_n \cdot 2\pi \cdot \frac{a^2}{\lambda} \right)^2 \cdot \mu \cdot (1 - \nu^2)$$

Er wordt een afnamefactor vastgesteld voor de gemeten eigenfrequenties ten opzichte van de oorspronkelijke eigenfrequentie (ongescheurde, voorgespannen breedplaatvloer). Deze factor wordt vervolgens toegepast op de oorspronkelijke buigstijfheid ($3,02 \cdot 10^7$). Zie tabel 1.

De in de tabel opgenomen momenten en berekende buigstijfheden voor beide breedplaatvloeren zijn weergegeven in figuur 5. Daarnaast is een afnamelijnc conform [3] opgenomen, ter inzicht voor de gemeten afname.

Uit de resultaten blijkt dat de buigstijfheid van de niet-voorgespannen breedplaatvloer bij het begin van de metingen, waarbij er alleen sprake is van eigengewicht van de schil en de druklaag, al lager is dan die van de voorgespannen breedplaat. De niet-voorgespannen breedplaatvloer begint dus naar verwachting vrijwel meteen scheurvorming te ontwikkelen onder zijn eigengewicht.

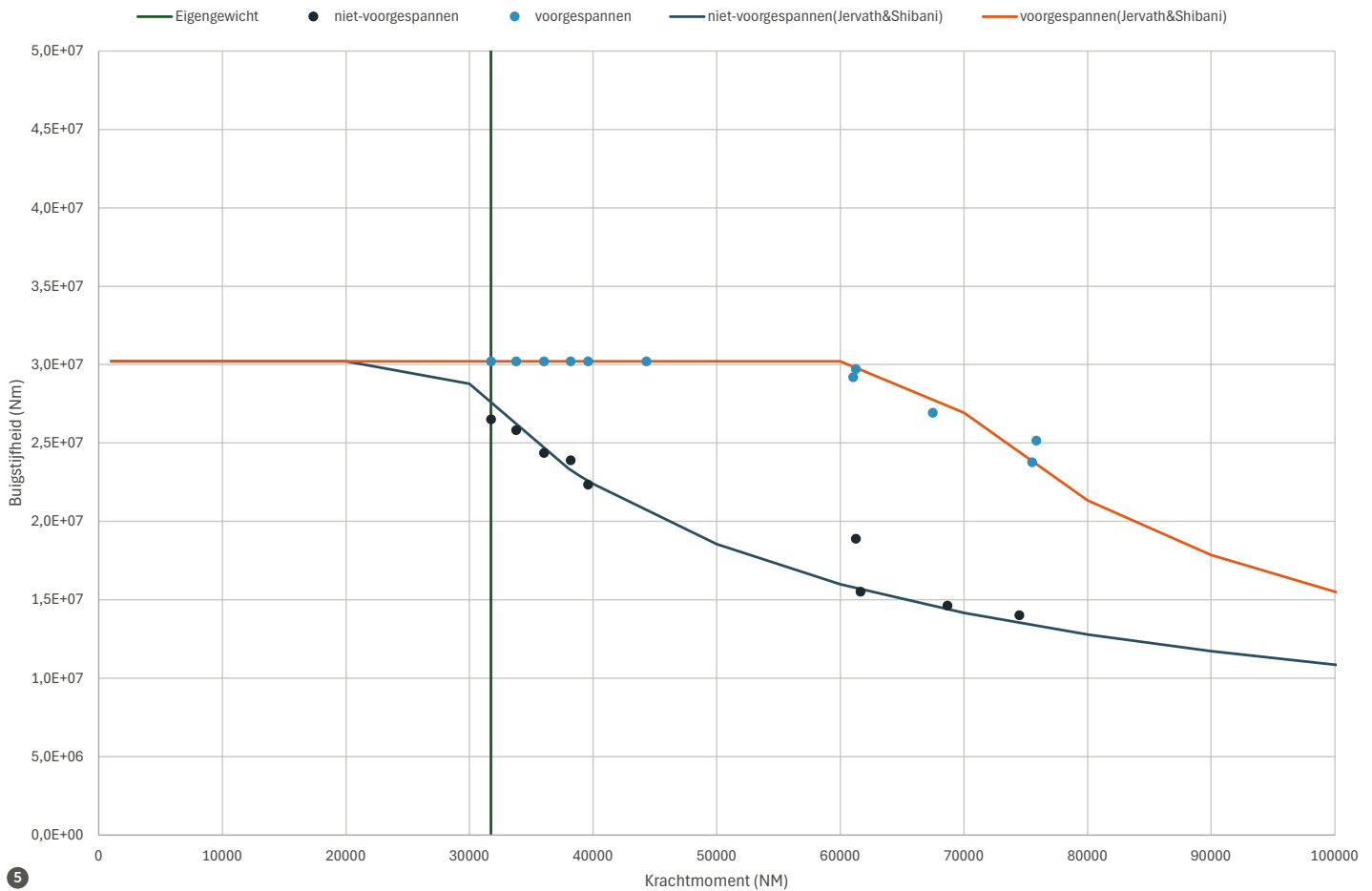
Wanneer het moment wordt opgevoerd is zichtbaar dat de buigstijfheid verder afneemt. De buigstijfheid van de voorgespan-

Tabel 1 Meetresultaten en berekende buigstijfheid van de betonnen breedplaatvloeren

| Niet-voorgespannen | | | | Voorgespannen | | | |
|--------------------|------------|---------|-------------------|---------------|------------|---------|-------------------|
| Moment | Frequentie | Afname* | Buigstijfheid | Moment | Frequentie | Afname* | Buigstijfheid |
| [Nm] | [Hz] | [-] | [Nm] | [Nm] | [Hz] | [-] | [Nm] |
| 31.726** | 7,70 | 0,88 | $2,65 \cdot 10^7$ | 31.726** | 8,22 | 1,0 | $3,02 \cdot 10^7$ |
| 33.766 | 7,60 | 0,85 | $2,58 \cdot 10^7$ | 33.766 | 8,22 | 1,0 | $3,02 \cdot 10^7$ |
| 36.017 | 7,38 | 0,81 | $2,44 \cdot 10^7$ | 36.017 | 8,22 | 1,0 | $3,02 \cdot 10^7$ |
| 38.163 | 7,31 | 0,79 | $2,39 \cdot 10^7$ | 38.163 | 8,22 | 1,0 | $3,02 \cdot 10^7$ |
| 39.574 | 7,07 | 0,74 | $2,24 \cdot 10^7$ | 39.574 | 8,22 | 1,0 | $3,02 \cdot 10^7$ |
| 61.240 | 6,50 | 0,63 | $1,89 \cdot 10^7$ | 61.240 | 8,15 | 0,98 | $2,97 \cdot 10^7$ |
| 61.622 | 5,89 | 0,51 | $1,55 \cdot 10^7$ | 67.470 | 7,76 | 0,89 | $2,69 \cdot 10^7$ |
| 68.659 | 5,72 | 0,48 | $1,46 \cdot 10^7$ | 75.845 | 7,50 | 0,83 | $2,52 \cdot 10^7$ |
| 74.482 | 5,60 | 0,46 | $1,40 \cdot 10^7$ | 75.492 | 7,29 | 0,79 | $2,38 \cdot 10^7$ |

* Dit is de afnamefactor van de gemeten eigenfrequentie t.o.v. eigenfrequentie bij een ongescheurde breedplaatvloer

** Dit is het moment ten gevolge van het eigengewicht van de breedplaatvloeren



5

Door minder scheurvorming blijft buigstijfheid van de vorgespannen breedplaatvloer hoger, wat meer weerstand biedt tegen trillingen

nen breedplaatvloer blijft grotendeels constant. De voorspankracht voorkomt tot een bepaald moment dat de breedplaatvloer (significant) op trek wordt belast. Echter, ook een vorgespannen breedplaatvloer heeft een limiet waarboven er wel trekspanningen ontstaan die tot scheurvorming leiden, en de eigenfrequentie en daarmee samenhangende buigstijfheid afneemt.

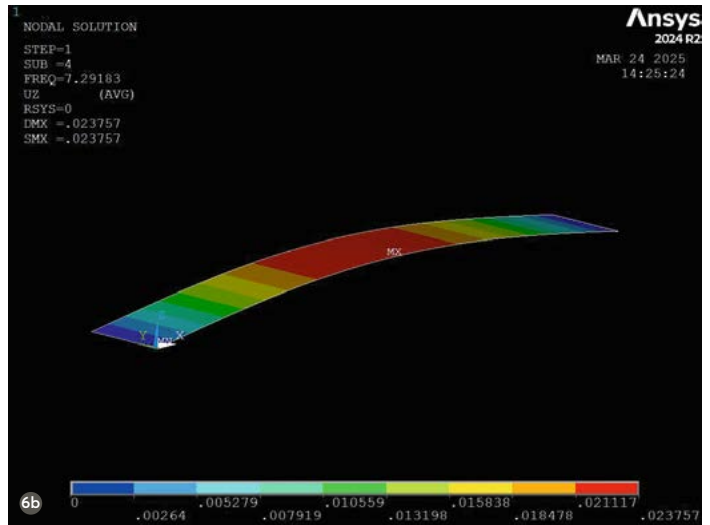
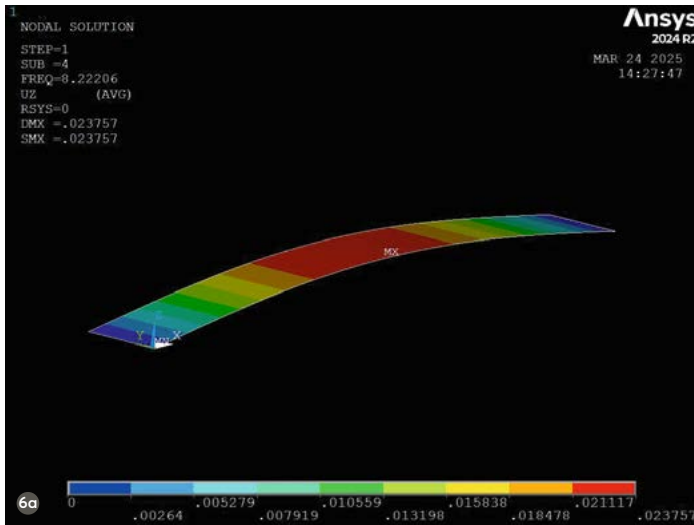
3D-eindige-elementenmodel

In softwareprogramma ANSYS is een modale analyse gedaan op de breedplaatvloeren. In deze benadering is uitgegaan van een SHELL-element, waar alle gegevens van de breedplaatvloeren aan zijn toegekend (inclusief de factor waarmee de invloed van wapening wordt meegenomen). De gemeten eigenfrequentie van 8,22 Hertz wordt berekend wanneer de elasticiteitsmodulus conform de Eurocode 2 wordt opgeschaald met 10,5% (fig. 6).

Het is bij deze rekenmethode niet mogelijk het effect van scheurvorming toe te kennen aan het traagheidsmoment (zie formule 2). Wel is het mogelijk de buigstijfheid te corrigeren voor scheurvorming, door de eerder genoemde afnamefactor te verwerken in de ingevoerde elasticiteitsmodulus. De buigstijfheid is tenslotte het product van het traagheidsmoment en de elasticiteitsmodulus. Waar de factor in deze verwerkt zit, is niet van belang. Bij de laatste meting van de niet-voorgespannen breedplaatvloer, waar een eigenfrequentie van 7,29 Hz was gemeten, is deze factor toegepast op de elasticiteitsmodulus in ANSYS. De berekende eigenfrequentie is in overeenstemming met de gemeten eigenfrequentie.

Conclusie

De gemeten eigenfrequenties worden in het 3D-eindige-elementenmodel (ANSYS) berekend wanneer de elasticiteitsmodulus →



wordt verhoogd met circa 10%. Mogelijk is de buigstijfheid bij dynamische belastingen hoger dan die op basis van Eurocode 2. Het is op basis van dit onderzoek niet vast te stellen of er een vast verband is tussen in te voeren buigstijfheid in het rekenmodel en gemeten eigenfrequenties in de praktijk, die kan worden toegepast op breedplaatvloeren met andere afmetingen en betonsterkteklassen. In dit onderzoek zijn metingen uitgevoerd aan slechts één variant voorgespannen en niet-voorgespannen breedplaatvloer. Er zijn veel factoren van invloed op het gedrag van breedplaatvloeren en daarmee samenhangende buigstijfheden.

De buigstijfheid van de voorgespannen breedplaatvloer tijdens uitsluitend het moment door het eigengewicht is hoger dan die van de niet-voorgespannen breedplaatvloer. De voorspanning biedt weerstand tegen doorbuiging onder het eigengewicht. Na elke stapsgewijze tijdelijke verhoging van de statische belasting van de niet-voorgespannen breedplaatvloer neemt de buigstijfheid verder af.

De voorgespannen breedplaatvloer daalt pas in eigenfrequentie na het scheurmoment, dat optreedt bij een moment van circa 60.000 Nm. Daarna daalt ook bij deze breedplaatvloer stapsgewijs de buigstijfheid. Dit komt hier tevens door scheurvorming. De voorspankracht is daar niet meer voldoende om de statische belastingen op te vangen.

Op basis van het onderzoek kan wel worden gesteld dat voorgespannen breedplaatvloeren een hogere buigstijfheid hebben dan niet-voorgespannen vloersystemen. De eigenfrequentie, en daarmee samenhangende buigstijfheid van de niet-voorgespannen vloer is ten gevolge van zijn eigengewicht al lager dan die van de voorgespannen breedplaatvloer. De verhoogde buigstijfheid en draagkracht van voorgespannen breedplaatvloeren maken ze over het algemeen beter bestand tegen trillingen, mits de eigenfrequentie behorende bij de specifieke breedplaatvloer niet gelegen is in de nabijheid van de maatgevende aanstootfrequentie. ●

LITERATUUR

- 1 Blevins, R. D., Formulas for natural frequency and mode shape. Litton Educational Publishing, Inc., 1979.
- 2 NEN-EN 1992-1-1 Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen.
- 3 Sukhvarsh, J., Shibani, M.M., Dynamic Stiffness and Vibration of Reinforced Concrete Beams, 1985.